



# Schwarze Löcher

## • Theorie der Schwarzen Löcher

- ◆ **Schwarzschildlösung**  
(nichtrotierende Schwarze Löcher, Punktsingularität, Ereignishorizont)
- ◆ **Kerrlösung**  
(rotierendes Schwarzes Loch, Ringsingularität, Ergosphäre)
- ◆ **Schwarze Löcher strahlen!**  
(Entropieproblem, Hawkingstrahlung, Hauptsätze)
- ◆ **Spezielle gravitative Effekte**  
(Lichtablenkung, Trägheitskräfte, Gravitationswellen)

## • Suche nach Schwarzen Löchern

- ◆ **Sternevolution**  
(weiße Zwerge, Neutronensterne, Schwarze Löcher, Grenzmassen)
- ◆ **Normale Schwarze Löcher**  
(Doppelsternsysteme, Cygnus X-1)
- ◆ **Superschwere Schwarze Löcher**  
(Quasare, Radiogalaxien, unsere Milchstraße)



**Schwarze Löcher** sind Stellen der Raumzeit, die so stark gekrümmt sind, dass nichteinmal mehr Licht ihnen entkommen kann.

## Schwarzschildlösung

• Aus Einstein'schen Feldgleichungen  $\Rightarrow$  kugelsymmetrisches Gravitationsfeld im Vakuum um eine Masse  $M$ : **Schwarzschildmetrik**

$$r > r_o, R_{\mu\nu} = 0$$

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \left(\frac{r_s}{r}\right)} - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \quad \text{Linielement}$$

$$r, \vartheta, \varphi \quad \text{räuml. Polarkoord.}, t \quad \text{Zeit} (r \rightarrow \infty)$$

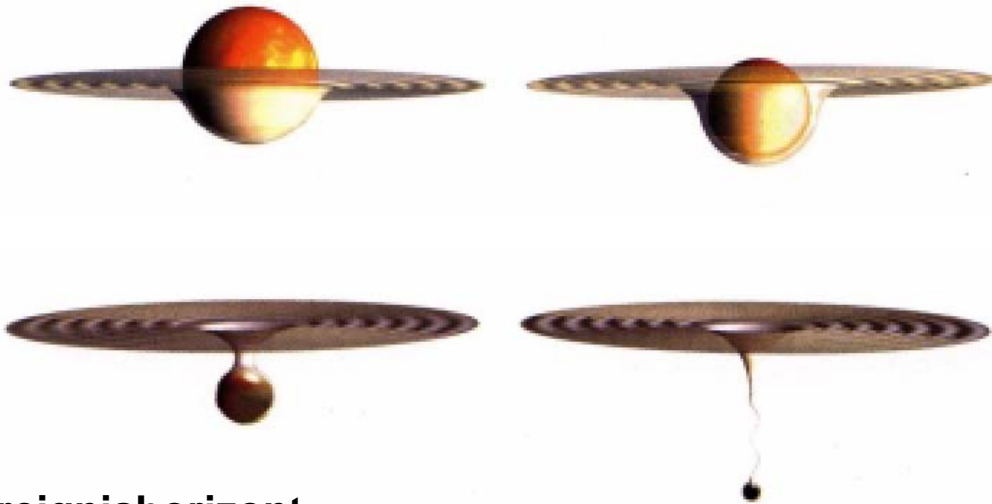
$$r_s = \frac{2GM}{c^2} = 2,9 \frac{M}{M_s} [\text{km}] \quad \text{Schwarzschildradius}$$

• **klassische Berechnung des Schwarzschildradius:**

$$\text{Aus } E_{kin} + E_{pot} = \frac{mv_{fl}^2}{2} - \frac{GMm}{r} = 0 \rightarrow v_{fl} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}, \text{ für } v_{fl} = c \rightarrow r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$\rightarrow$  **Beispiele für Schwarzschildradius:**

Sonne:	2,9 km
Erde:	1 cm
Mensch:	$10^{-23}$ cm



- Ereignishorizont
- Singularität

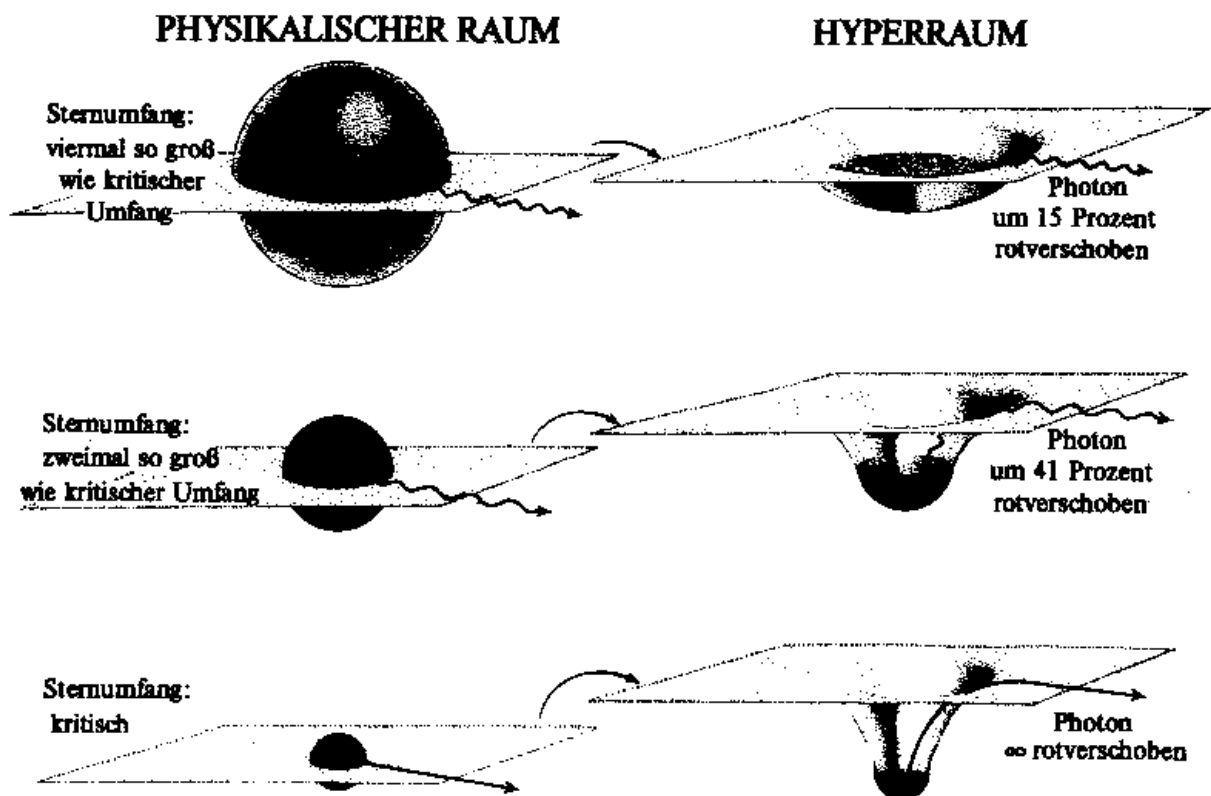
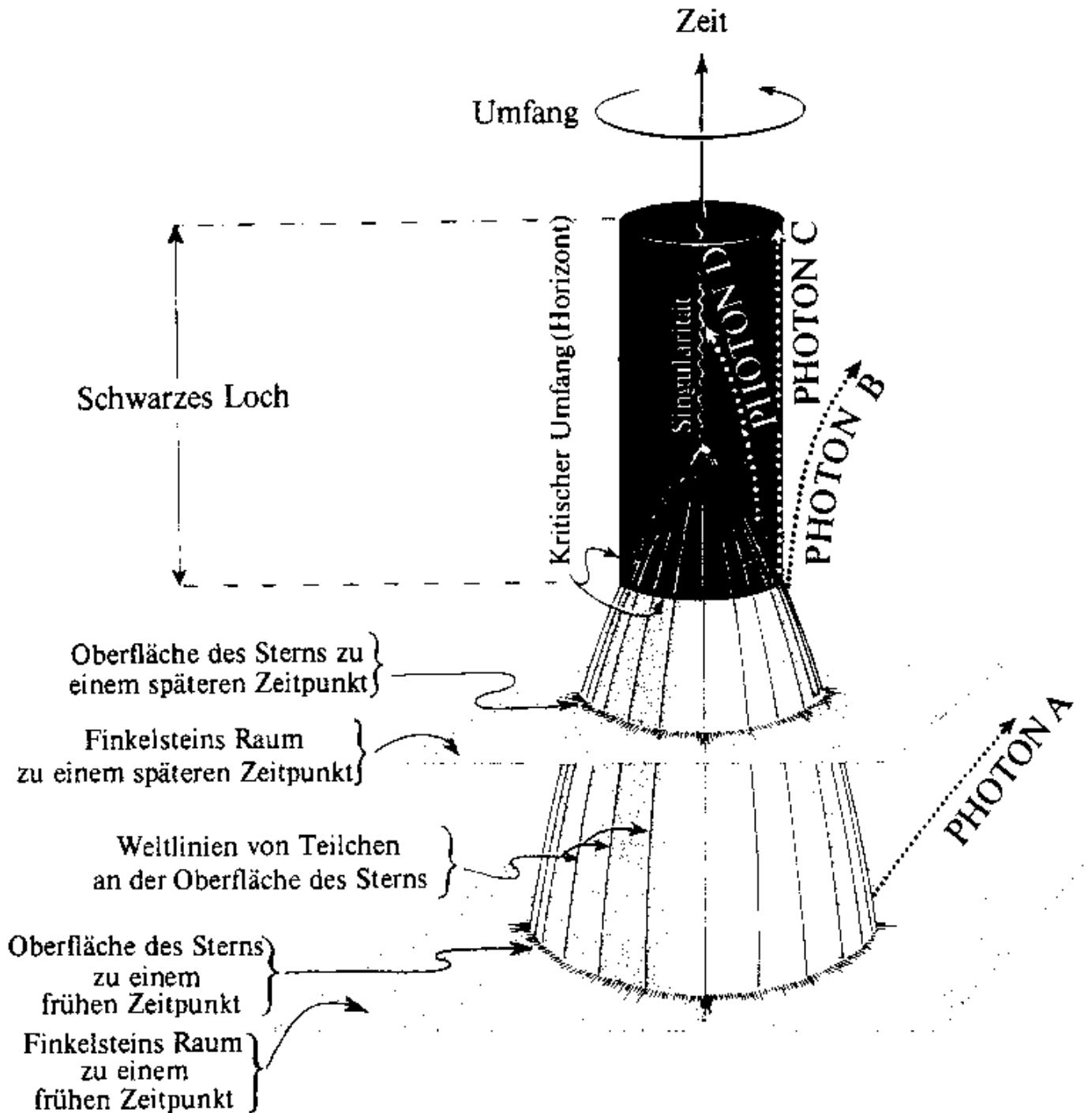


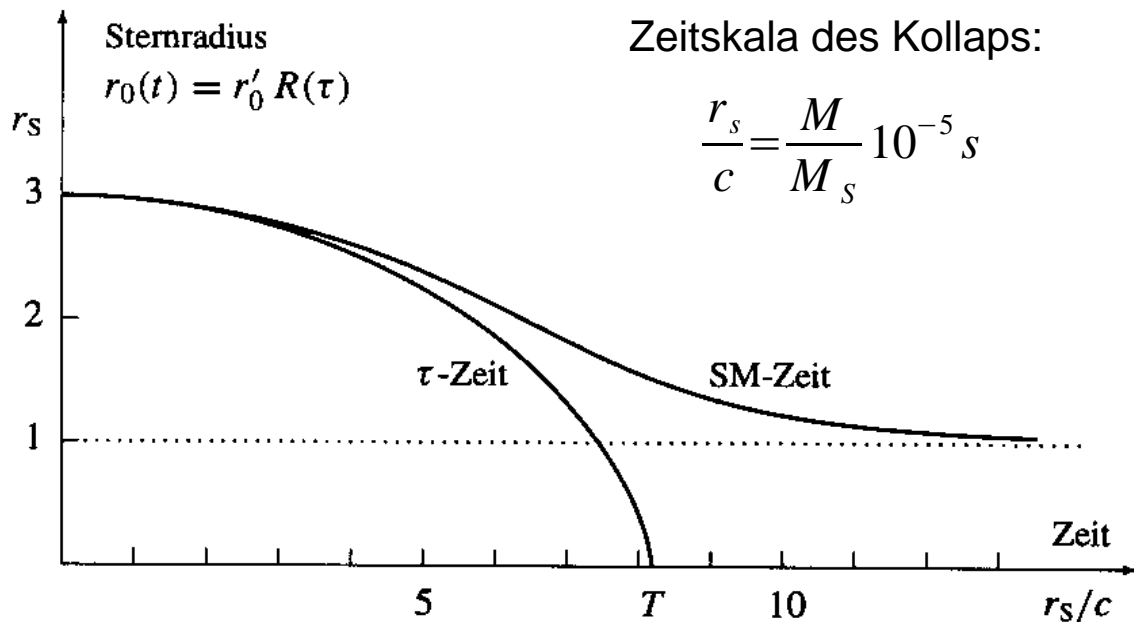
Abb. 6.2 (identisch mit Abb. 3.4): Die Vorhersagen der allgemeinen Relativitätstheorie für die Krümmung des Raumes und die Rotverschiebung des Lichts für drei sehr dichte, statische (nicht kollabierende) Sterne (die Masse der Sterne ist dieselbe, nur der Umfang ist verschieden).

- gravitative Rotverschiebung



$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{-GM}{rc^2} \quad t' = t \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \quad \text{Zeit im Abstand } r \text{ anstatt in } \infty$$





Kollaps einer anfangs ruhenden, homogenen Ansammlung aus Teilchen. Die Zeitabhängigkeit des Sternradius ist einmal angegeben für die Zeit  $t$  einer in großem Abstand ruhenden Uhr (SM-Zeit), und zum anderen für die Zeit  $\tau$  einer auf dem Sternrand mitbewegten Uhr. Für den mitbewegten Beobachter endet der Kollaps nach der Zeit  $T$  in einer Singularität. Für den außenstehenden Beobachter schrumpft der Stern auf der Zeitskala  $r_s/c$  auf den Schwarzschildradius und erlischt dabei.

- ➔ hängt von der Wahl des Bezugssystems ab
- ➔ Schwarzschildmetrik wird am Ereignishorizont singulär
- ➔ im Inneren des Schwarzen Loches Übergang zu einem anderen Koordinatensystem  $\Rightarrow$  Bsp. Gaußkoordinaten

### Kerrlösung

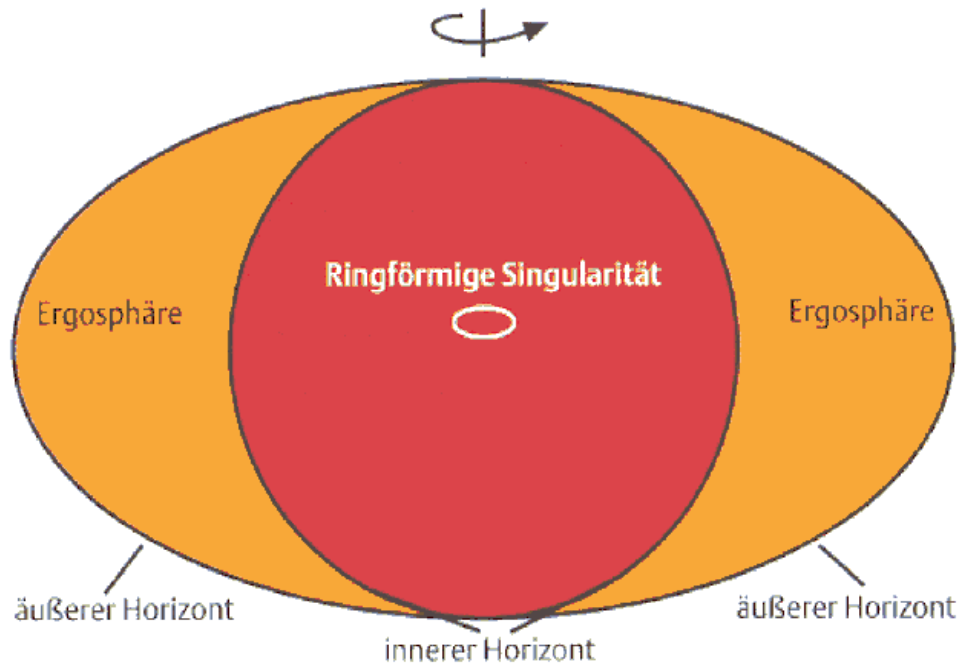
- für rotierende Schwarze Löcher (jedes Loch rotiert)  $\Rightarrow$  **Kerrmetrik**

$$ds^2 = \frac{d^2}{\rho^2} (cdt - b \sin^2 \vartheta d\phi)^2 + \frac{\rho^2}{d^2} dr^2 + \rho^2 d\vartheta^2 + \frac{\sin^2 \vartheta}{\rho^2} ((r^2 + b^2) d\phi - b cdt)^2$$

Linielement

mit:  $d^2 = r^2 - r r_s + b^2$ ,  $\rho^2 = r^2 + b^2 \cos^2 \vartheta$ ,  $b = \frac{L}{Mc}$

- ➔ Drehimpuls ist enthalten,  $L=0 \Rightarrow$  Schwarzschildmetrik



- ➔ Ringsingularität
- ➔ Ergosphäre: alles muss mit Schwarzen Loch mitrotieren
  
- es existiert eine maximale Rotationsgeschwindigkeit
  - ◆ es gibt keine „nackten“ Singularitäten
    - ⇒ wird **kosmische Zensur** genannt
  - ◆ bis zu 30 % der Ruheenergie kann als Rotationsenergie gespeichert sein ⇒ nutzbar
  
- ein Schwarzes Loch ist durch 3 Angaben eindeutig bestimmt:
  - ◆ **M...MASSE**
  - ◆ **L...DREHIMPULS**
  - ◆ **Q...LADUNG**
  
- ➔ alles überschüssige wird vorher in Form von em-, Gravitations- und Neutrinostrahlung abgestrahlt
- ➔ ein Schwarzes Loch hat **keine Haare**

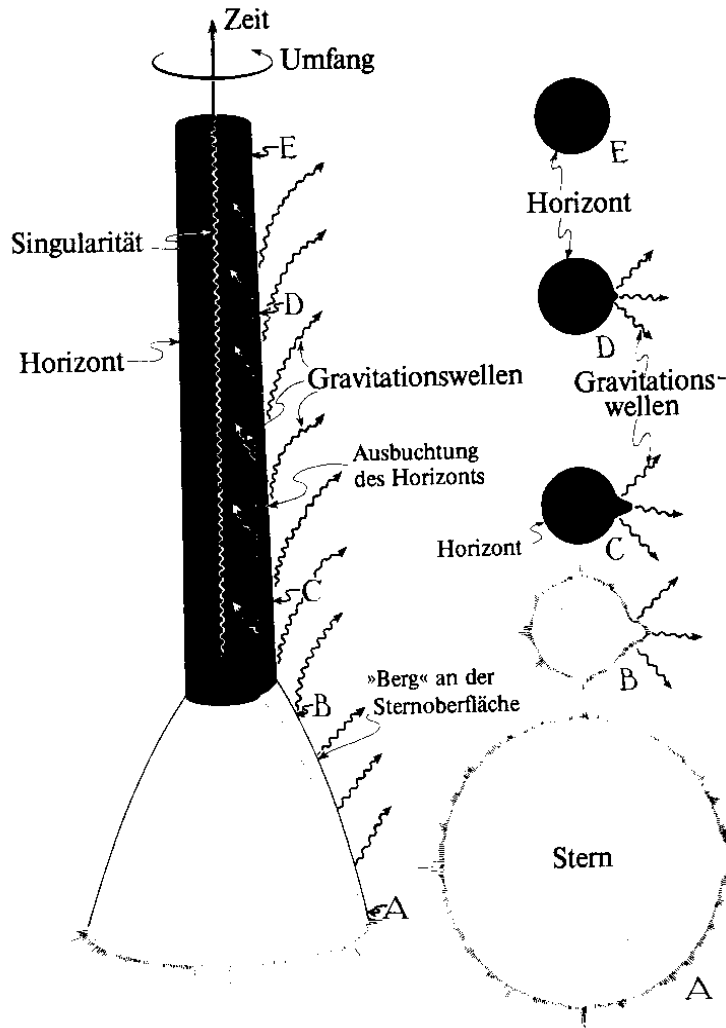


Abb. 7.4: Das Raumzeitdiagramm (links) und die Abfolge von Momentaufnahmen (rechts) zeigen die Entstehung eines Schwarzen Lochs aus dem Kollaps eines Sterns, der einen »Berg« besitzt.

### • Hauptsätze:

	<b>Schwarzes Loch</b>	<b>Thermodynamik</b>
<b>0. HS</b>	$g = \text{konst. (am Horizont)}$	$T = \text{konst. (therm. GG)}$
<b>1. HS</b>	$dM_H = \left(\frac{g}{8\pi}\right) dA_H + \Omega_H dJ_H$	$dE = T dS + dW$
<b>2. HS</b>	$\delta A_H \geq 0$	$\delta S \geq 0$
<b>3. HS</b>	$g=0$ nie erreichbar	$T=0$ nie erreichbar

➔ Entropie eines Schwarzen Loches:

$$S_H = \frac{k_B}{8\pi h} A_H$$



## Theorie der Schwarzen Löcher

### • Hawkingstrahlung:

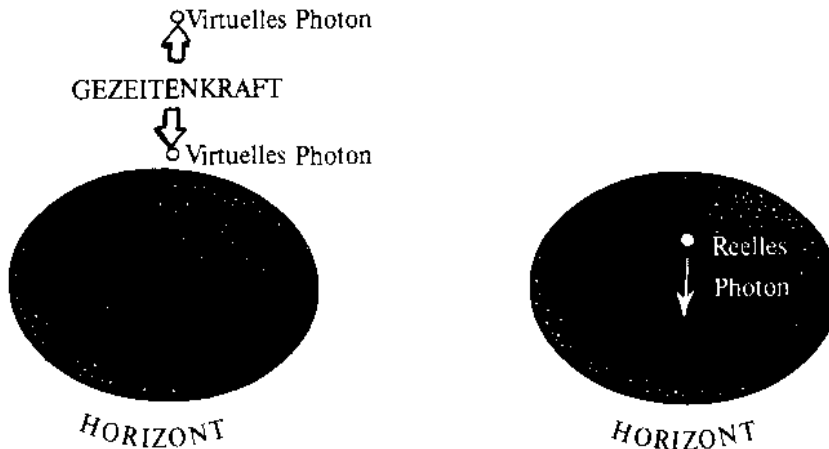


Abb. 12.2: Der Verdampfungsmechanismus Schwarzer Löcher, aus der Perspektive eines in das Loch hineinfallenden Beobachters. *Links:* Die Gezeitenkraft eines Schwarzen Loches zieht ein Paar virtueller Photonen auseinander und führt ihm dadurch Energie zu. *Rechts:* Die virtuellen Photonen haben durch die Gezeitenkraft ausreichend Energie gewonnen, um sich in reelle Photonen zu verwandeln, von denen eines dem Loch entweicht, während das andere darin verschwindet.

- **Vakuumfluktuationen** ⇒ **virtuelle Teilchen entstehen:**  $\Delta E \Delta t \leq h$ , eines mit **positiver Energie**, das andere mit **negativer Energie**
- **fällt Teilchen/Antiteilchen mit neg. E. ins schwarze Loch**  
 ⇒ wird durch starkes Gravitationsfeld reell  
 ⇒ schwarze Loch verliert Masse/Energie
- kann Antiteilchen/Teilchen mit pos. E. entkommen scheint es so,

als ob es aus dem Schwarzen Loch kommt, ist dann auch reell

### • Temperatur:

$$T = \frac{hc^3}{16\pi^2 kGM} \approx 10^{-7} \frac{M_s}{M} [K]$$

⇒ bei 10 Sonnenmassen: 0,1 Mikrokkelvin

### • „Lebensdauer“:

$$t \approx \frac{M_s}{M} 10^{71} s$$

- **primordiale Schwarze Löcher:** kurz nach dem Urknall entstanden ⇒ könnten heute am verdampfen sein

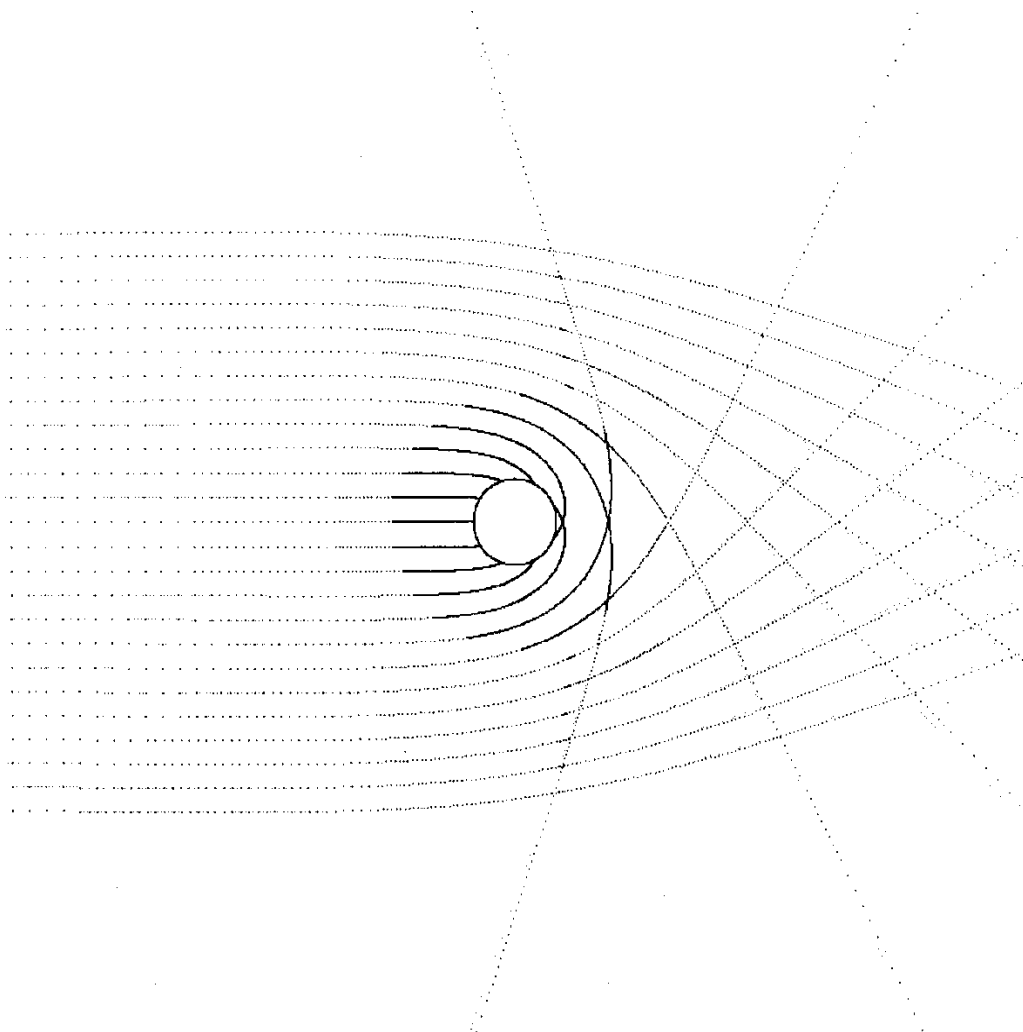


### Spezielle gravitative Effekte

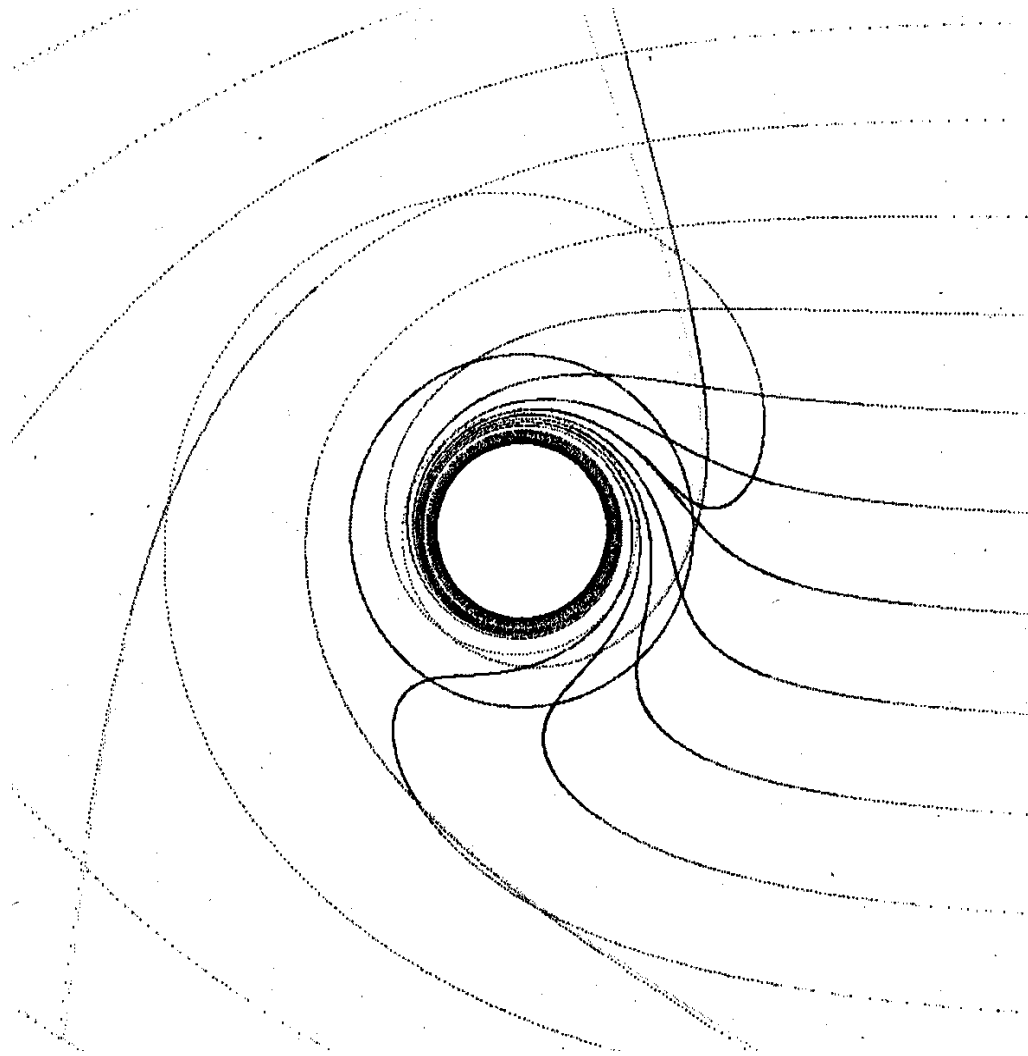
- alles was den Ereignishorizont überschreitet muss dazu einen relativen Drehimpuls von 0 haben
- es existiert eine letzte stabile Bahn:

$$\text{Licht: } r_{\text{krit}} = \frac{3}{2} r_s, \text{Materie: } r_{\text{krit}} = 3 r_s$$

- Lichtablenkung in der Nähe eines Schwarzen Loches:

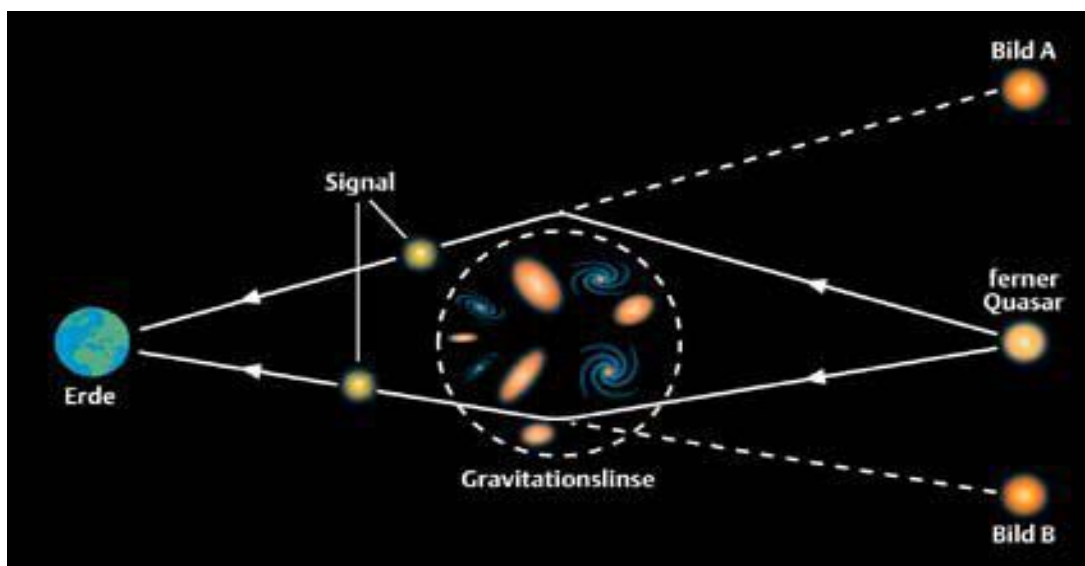


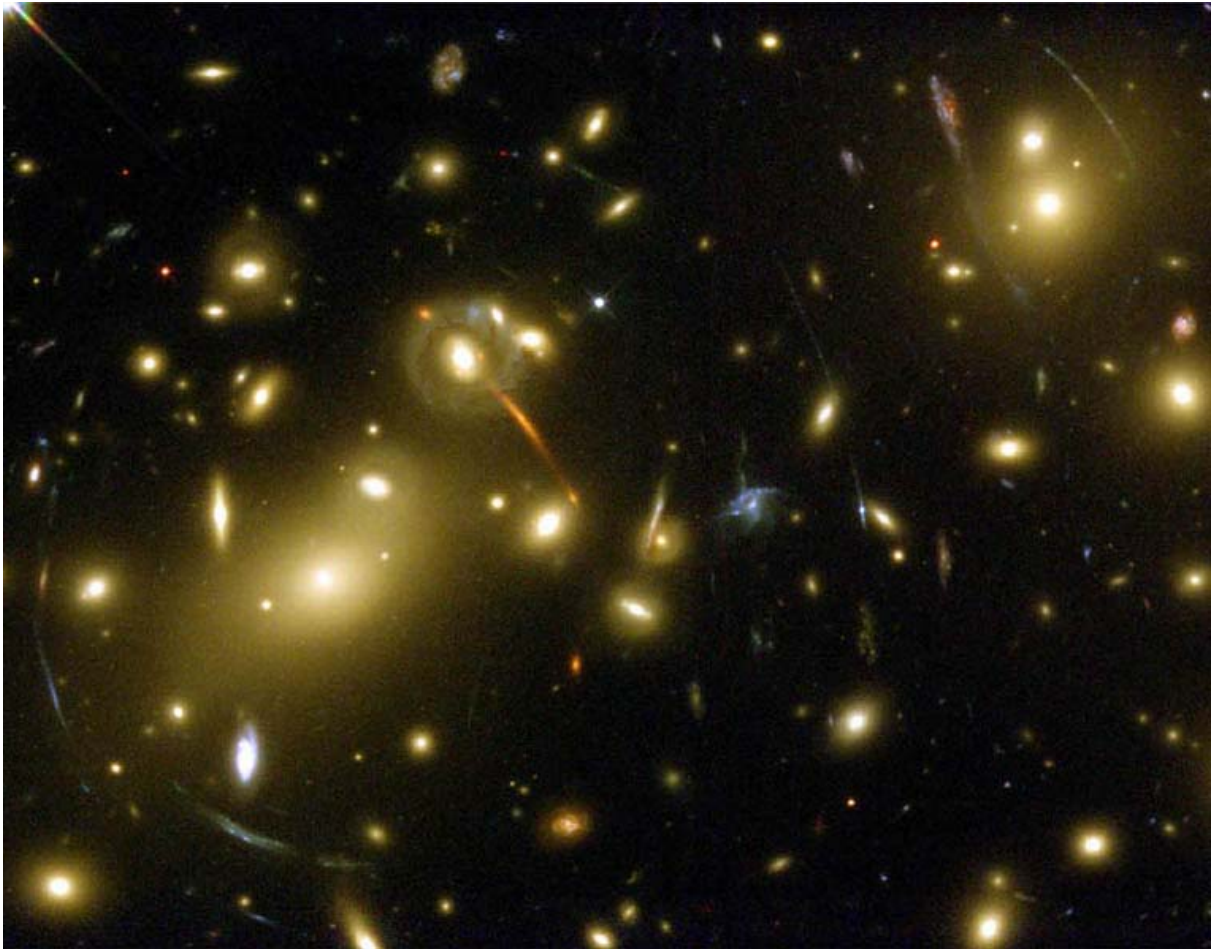
(nichtrotierendes Schwarzes Loch)



(rotierendes Schwarzes Loch)

• Gravitationslinse:





(„Einsteinringe“)

### • Effekte auf einen Raumfahrer

Beschleunigungsgradient am Ereignishorizont:

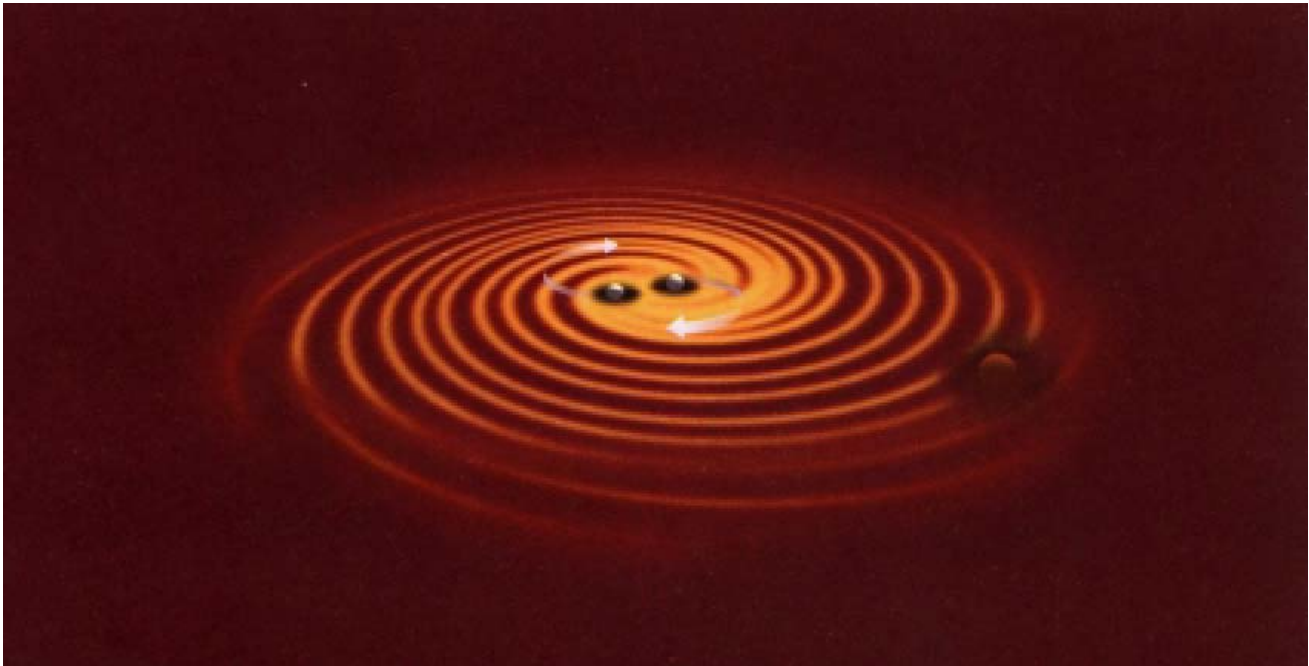
$$\Delta b \approx \frac{2GM}{r^3} \Delta l = \frac{c^2 \Delta l r_s}{r^3} = \frac{c^2}{r_s^2} \approx 10^{10} \frac{M_s^2}{M^2} \left[ \frac{m}{s^2} \right], \Delta l = 1 m, r = r_s$$

$$M = M_s \Rightarrow \Delta b \approx 10^{10} \frac{m}{s^2} \Rightarrow \text{tötlich}$$

$$M = 10^{10} M_s \Rightarrow \Delta b \approx 10^{-10} \frac{m}{s^2} \Rightarrow \text{erträglich, aber trotzdem} \\ \text{Reise ohne Wiederkehr}$$



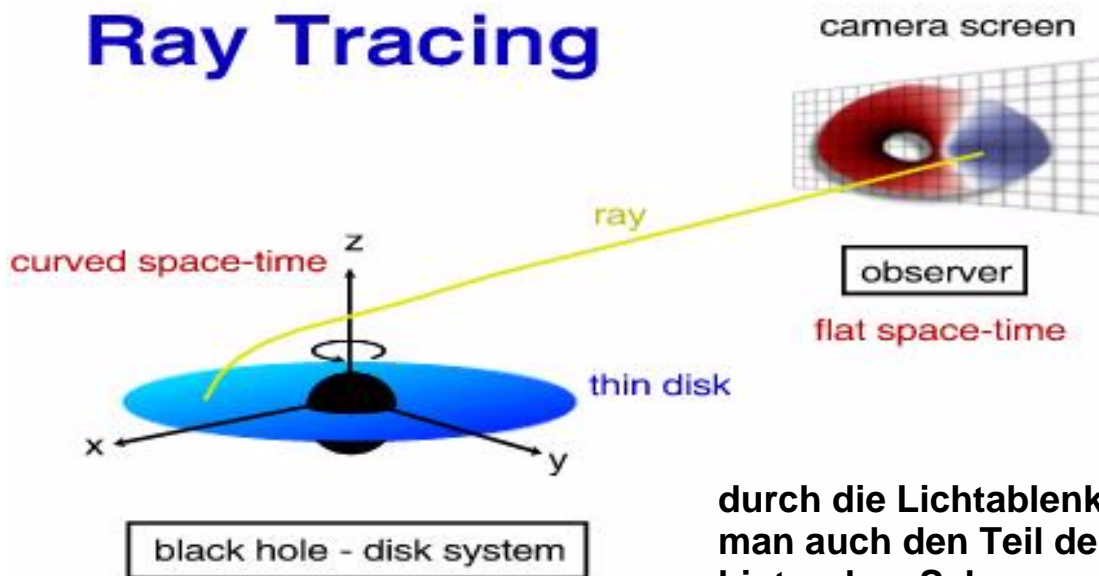
• zwei sich umkreisende Schwarze Löcher:



- beim verschmelzen können bis zu 30% der Ruheenergie als Gravitationswellen ausgesandt werden
- es entsteht wieder ein Kerrloch
- wäre direkter Nachweis eines Schwarzen Loches
- indirekte Methode: mit Akkretionsscheibe

• Wie sieht so eine Akkretionsscheibe aus?

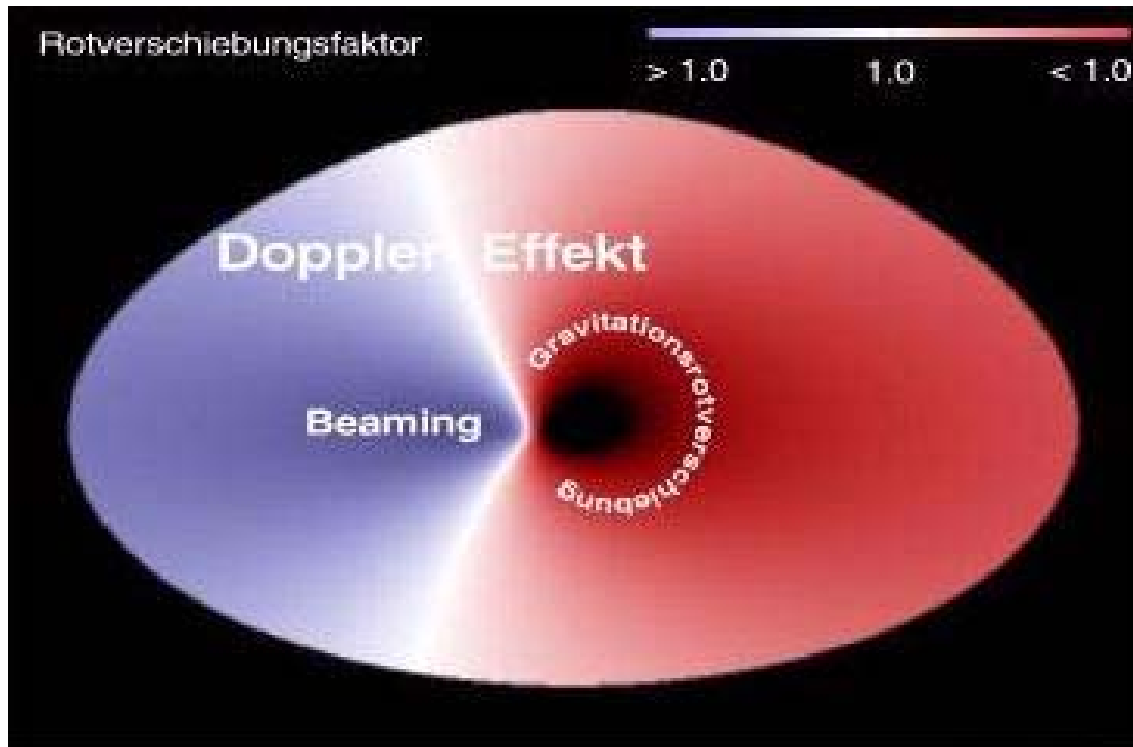
## Ray Tracing



durch die Lichtablenkung sieht man auch den Teil der Scheibe hinter dem Schwarzen Loch



für ein rotierendes Schwarzes Loch:



- blau- und rotverschobene Gebiete
- ist wichtig bei der Analyse der Spektren von Akkretionsscheiben

### • Zusammenfassung:

- ◆ nichtrotierendes SL = Schwarzschildloch: Pktsingularität
  - ◆ rotierendes SL = Kerrloch: Ringsingularität, Ergosphäre
  - ◆ jedes SL hat einen Ereignishorizont ⇒ nichts entkommt
  - ◆ SL haben eine Temperatur, können verdampfen
  - ◆ haben starkes Gravitationsfeld  
⇒ Gravitationswellen, Lichtablenkung
- Waren bis jetzt eigentlich nur Überlegungen aus der ART, gibt es sie aber auch wirklich?



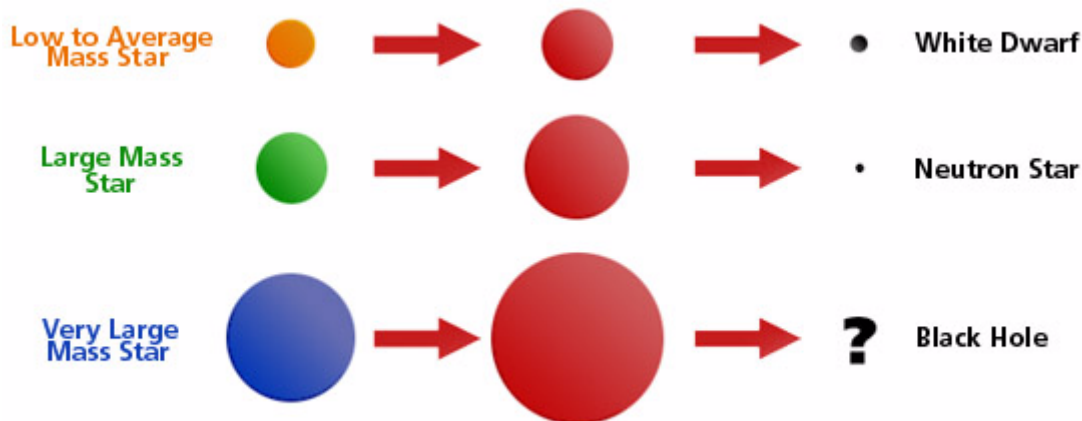
## Sternevolution



- **Sterne entstehen aus Molekülwolken**
- **haben Massen zwischen 0,1 bis 100 Sonnenmassen**
- **mit Lebensdauern zwischen 100 Mrd. und 100 Mill. Jahren**
- **massenreichste leben am kürzesten, da Kernfusionsreaktionen schneller ablaufen**
- **innerer Gasdruck verhindert Gravitationskollaps**  
⇒ **Gleichgewicht**
- **Was passiert nun wenn der Wasserstoff im Inneren fast vollständig fusioniert ist?**
- **Schwerere Elemente fusionieren bis maximal zum Eisen, aber nur kurz, da Energiegewinn nicht sehr effektiv**



## • Endstadien der Sterne:



The fate of a star depends on its mass (size not to scale)

## • massearme Sterne wie unsere Sonne:

- kommt noch zum He-brennen  $\Rightarrow$  werden zu Roten Riesen
- stößt äußere Hülle ab
- innerer Teil verdichtet sich zu Erdgröße, Dichte  $\sim 10^9 \text{ kg/m}^3$
- **Weißer Zwerg** entsteht
- Gegendruck kommt vom Entartungsdruck der Elektronen:

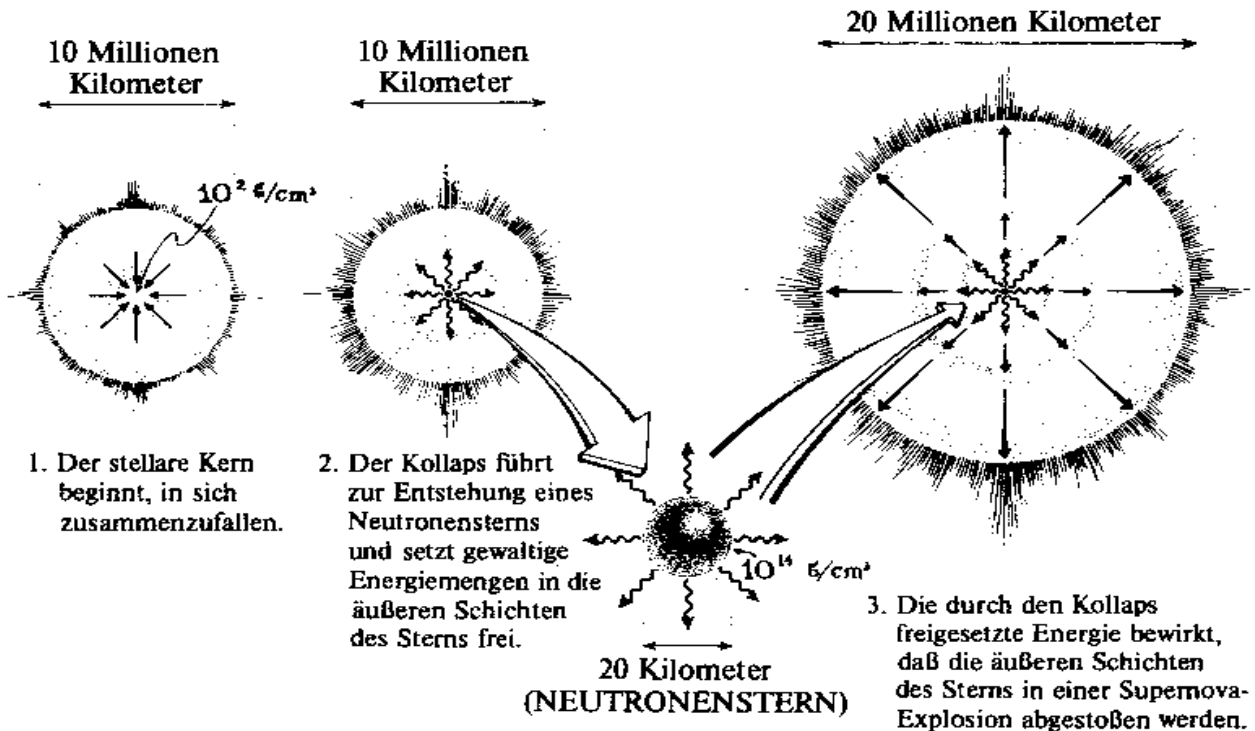
### ◆ Ursache: Pauli'sches Ausschließungsprinzip:

- 2 Fermionen können nicht im gleichen Zustand sein
- entartetes Elektronengas entsteht (Fermi-Dirac-Statistik)

- funktioniert bis zu  **$1,44 M_s = \text{Chandrasekhar-Grenzmasse}$**

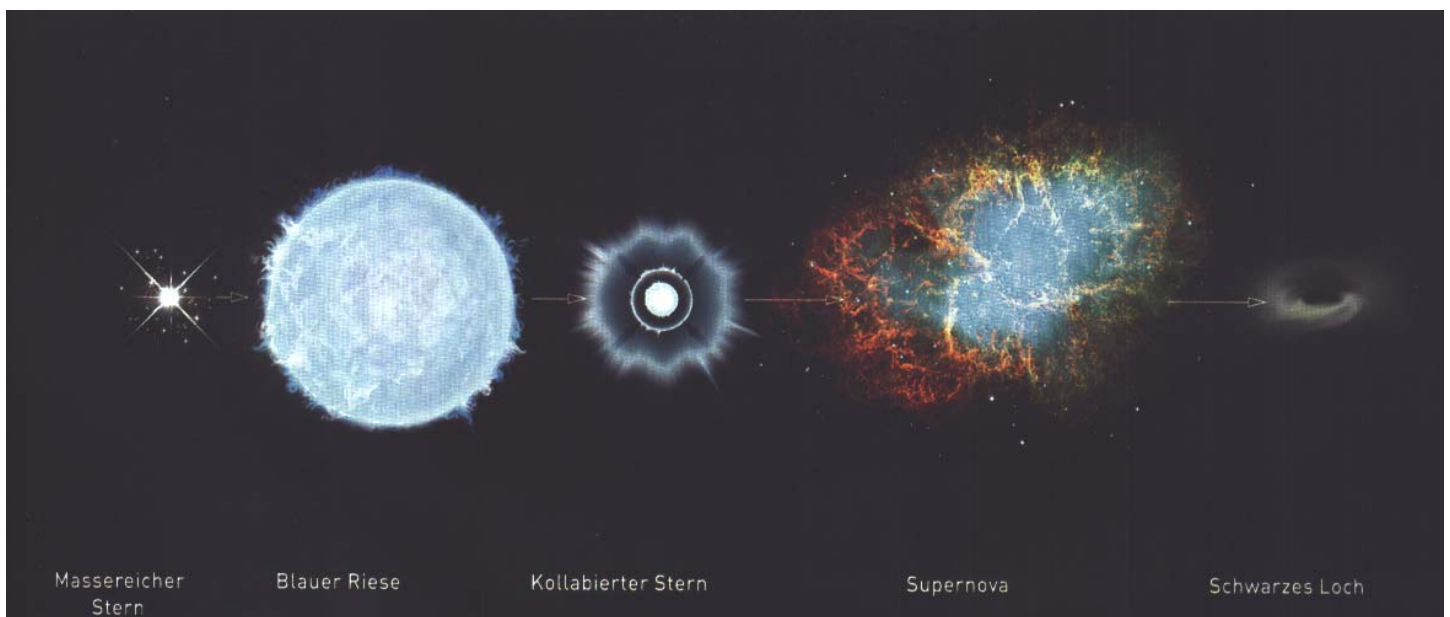
### → massenreichere Sterne:

- Endstadium innerer Teil zieht sich ebenfalls zusammen, Gravitationskraft ist aber so groß, dass Elektronen in den Kern gedrückt werden:  $e^- + p^+ \rightarrow n + \bar{\nu}_e$
- **Neutronenstern** entsteht
- nachfolgende Materie trifft auf feste Oberfläche  
**Supernovaexplosion**



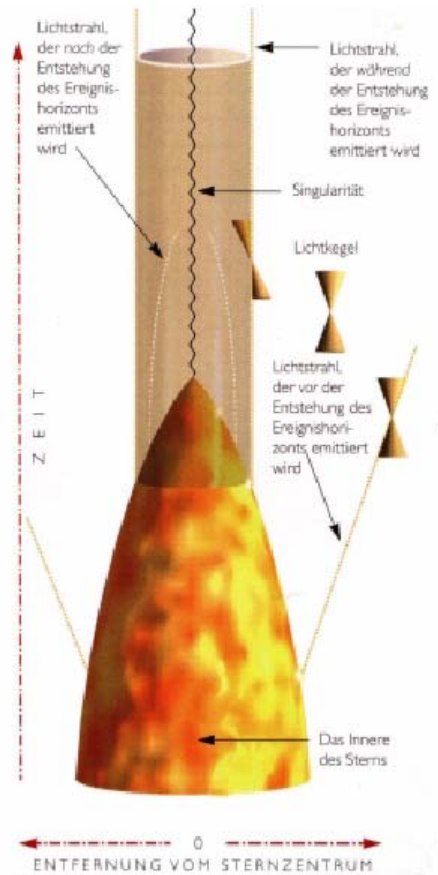
- Neutronen sind nun entartet (riesiger „Atomkern“)
- Durchmesser beträgt etwa 15 km ( $3r_s$ )
- $1 \text{ cm}^3$  würde auf der Erde ~ 1 Milliarde t wiegen
- hier gibt es auch eine Obergrenze:  $\sim 1,8 M_s =$  **Oppenheimer-Volkoff-Grenzmasse** (Einfluss der Kernkraft nicht geklärt)

### ● sehr massenreiche Sterne:

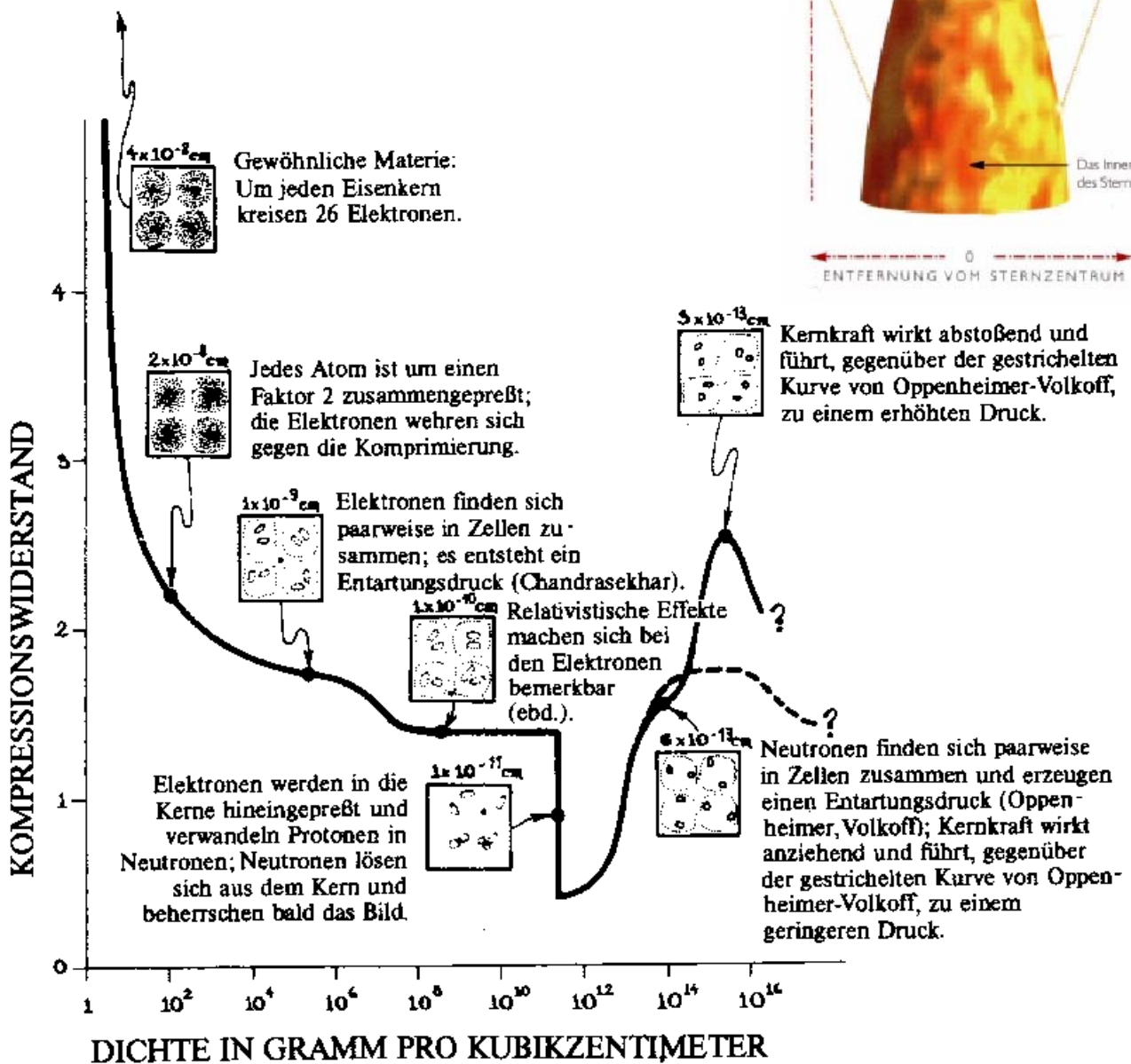




- ➔ hier kann also nichts mehr der Gravitation etwas entgegengesetzten
- ➔ alles stürzt zu einem Punkt zusammen (Singularität)
- ➔ **Schwarzes Loch**



### „Zustandsdiagramm“:





- Die Massengrenzen beziehen sich aber immer darauf, was von einem Stern am Ende übriggeblieben ist. Ein Stern kann 10 und mehr Sonnenmassen im Laufe seines Lebens verlieren.

Ausgangsmasse (in Sonnenmassen)	Endmasse (in Sonnenmassen)		Grenzbedingung
0,1 bis 3	bis 1,44	⇒ weißer Zwerg	Chandrasekhar (Elektronenentartung)
3 bis 10-30	1,44 bis 1,8	⇒ Neutronenstern	Oppenheimer-Volkoff (Neutronenentartung)
10-30 bis 100	über 1,8	⇒ Schwarzes Loch	

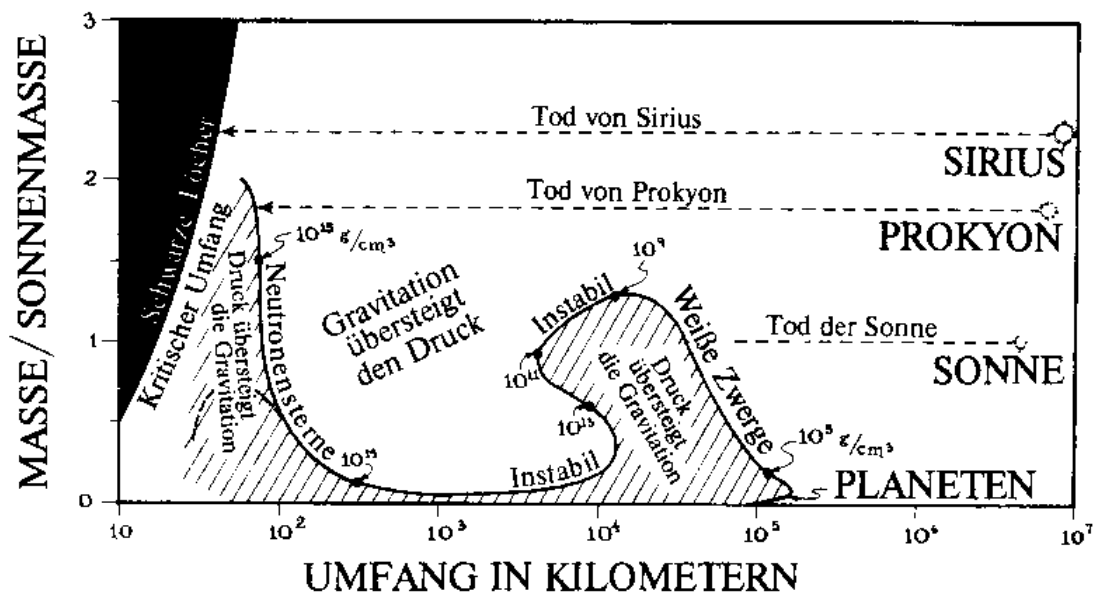


Abb. 5.5: Umfang (waagrecht aufgetragen), Masse (senkrecht aufgetragen) und Dichte im Inneren kalter Sterne nach den Berechnungen von Masami Wakano und John Wheeler unter Verwendung der in Kasten 5.5 beschriebenen Zustandsgleichung. Bei einer inneren Dichte, die höher ist als die eines Atomkerns (über  $2 \times 10^{14}$  Gramm pro Kubikzentimeter), erhalten wir nach Berücksichtigung der Kernkraft die durchgezogene Kurve; unter Vernachlässigung der Kernkräfte ergibt sich die gestrichelt gezeichnete Kurve von Oppenheimer und Volkoff.<sup>31</sup>

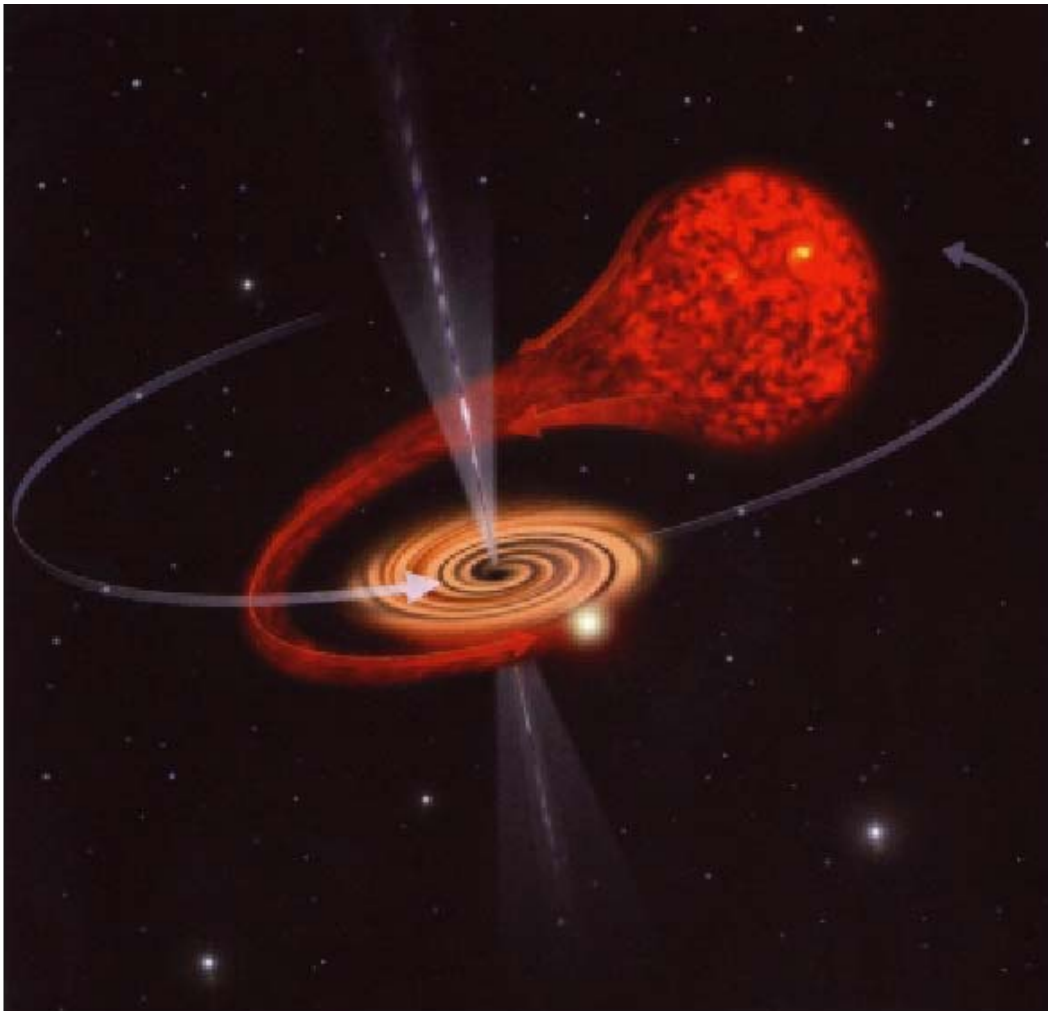


## Normale Schwarze Löcher

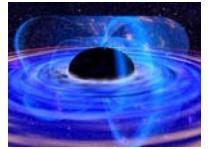
- Schwarze Löcher senden keine messbare Strahlung aus
- man ist auf Ereignisse aus ihrer Umgebung angewiesen
- dafür am besten geeignet: **Doppelsternsysteme**
- wo eine Komponente nicht sichtbar ist und mehrere  $M_{\odot}$  hat

folgende Effekte können stattfinden:

- abströmen von Sternmaterie auf eine Akkretionsscheibe und dann Einfall ins Schwarze Loch (Drehimpulserhaltung)
- Bildung von Jets



*Das Schwarze Loch zieht von seinem Begleiter Materie ab. Diese gerät zunächst auf eine Akkretionsscheibe und setzt Röntgenstrahlung frei. Hochenergetische Teilchen werden durch das Magnetfeld entlang der Rotationsachse zu Jets gebündelt.*



### ● Akkretionsscheibe:

- durch Reibungseffekte bei der differentiellen Rotation wird sie mehrere 100 000 K heiß (noch nicht 100% verstanden)
- Drehimpuls wird nach außen transportiert
- nach der letzten stabilen Bahn fällt es in das SL
- beim Schwarzen Loch Akkretion sehr effektiv: bis zu 40% der Ruheenergie kann abgestrahlt werden (Kernfusion < 1%)

### ● Jets:

- umliegendes Plasma kann das ursprüngliche Magnetfeld festhalten
- geringer Teil des Plasmas fließt zu den Polen
- wird dort als relativistischer Teilchenjet aus heißem magnetisierten Plasma abgestoßen
- kann extrem lang werden

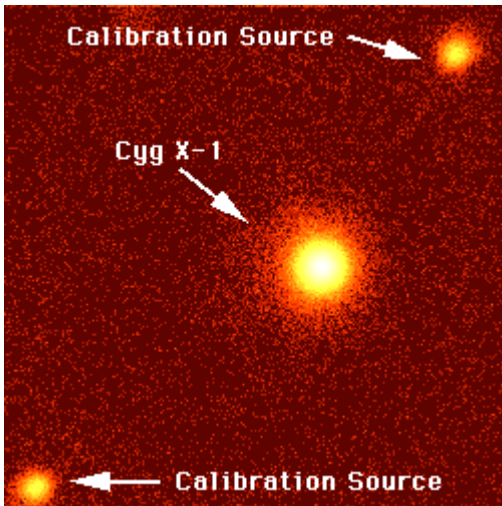
### ◆ also bei der Beobachtung wichtig:

- hohe Masse der dunklen Komponente
- Röntgen- und Radiostrahlung die von der Akkretionsscheibe kommt sollte schnell und unregelmäßig variieren, da turbulentes Gas
- darf keine harte Röntgenstrahlung dabei sein, da diese beim Auftreffen von Materie auf einen Neutronenstern entstehen würde

- man hat so ein Doppelsternsystem gefunden: **Cygnus X-1**



## Suche nach Schwarzen Löchern



→ 6000 Lj entfernt  
→ beide Komponenten  $20 R_{\text{Sonne}}$  auseinander

→ sichtbare K.:  $8 M_{\text{S}}$

→ unsichtb. K.:  $4 M_{\text{S}}$

→ zu 95 % ein Schwarzes Loch  
(konservativste Erklärung)

→ alles indirekte Methoden, Gravitationswellen wären direkte Methode

## Superschwere Schwarze Löcher

• In jeder größeren Galaxie sollte in der Mitte ein riesiges Schwarzes Loch sitzen.





### • Entstehung:

→ 1 Mrd. Jahre nach Urknall: Galaxien bilden sich

- $\cong$  Rotverschiebungsfaktor von  $z=7$
- Rotverschiebung ist direkte Folge der Expansion des Universums (Strahlung dehnt sich mit der Expansion des Universums auch aus)
- je weiter wir also ins Weltall hinausschauen, desto mehr rotverschobener ist eine Galaxie, und um so weiter schauen wir damit auch in die Vergangenheit zurück:  
 $z=7 \cong 700\%$  rotverschoben, sehen Galaxie wie sie vor 14 Mrd. Jahren aussah (Hubble-Gesetz)

→ Universum war kleiner, viel Materie vorhanden

→ in der Mitte von Galaxien konnten sich schnell schwere Sterne bilden  $\Rightarrow$  Schwarze Löchern entstanden

→ konnten bis heute auf eine Größe von Millionen bis Milliarden Sonnenmassen anwachsen (Zeit reicht aus)

→ es gibt auch noch andere Erklärungsversuche

### • Welche Indizien sprechen für die Existenz solcher SL in Galaxien?

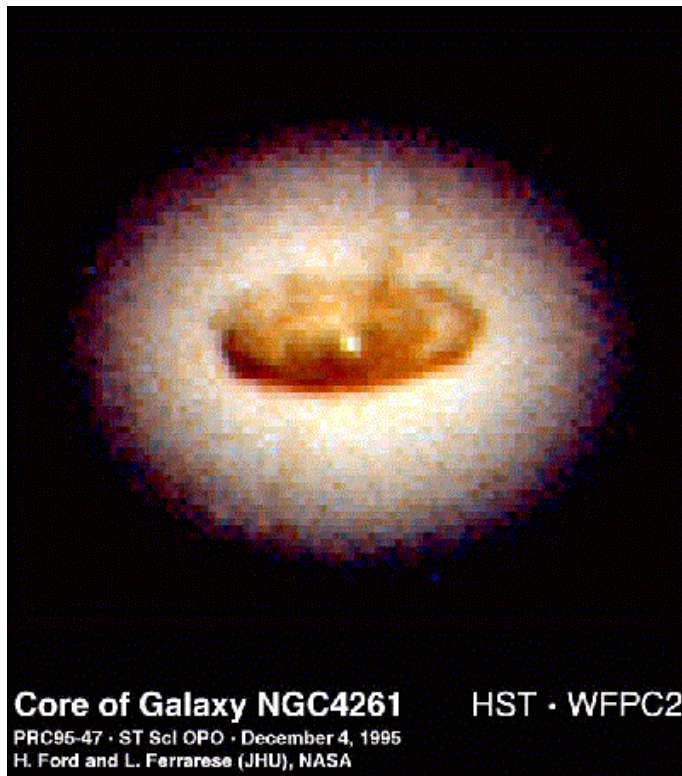


Da gibt es z.Bsp. die **Quasar**:

→ diese gab es am häufigsten etwa 2-3 Mrd. Jahre nach dem Urknall



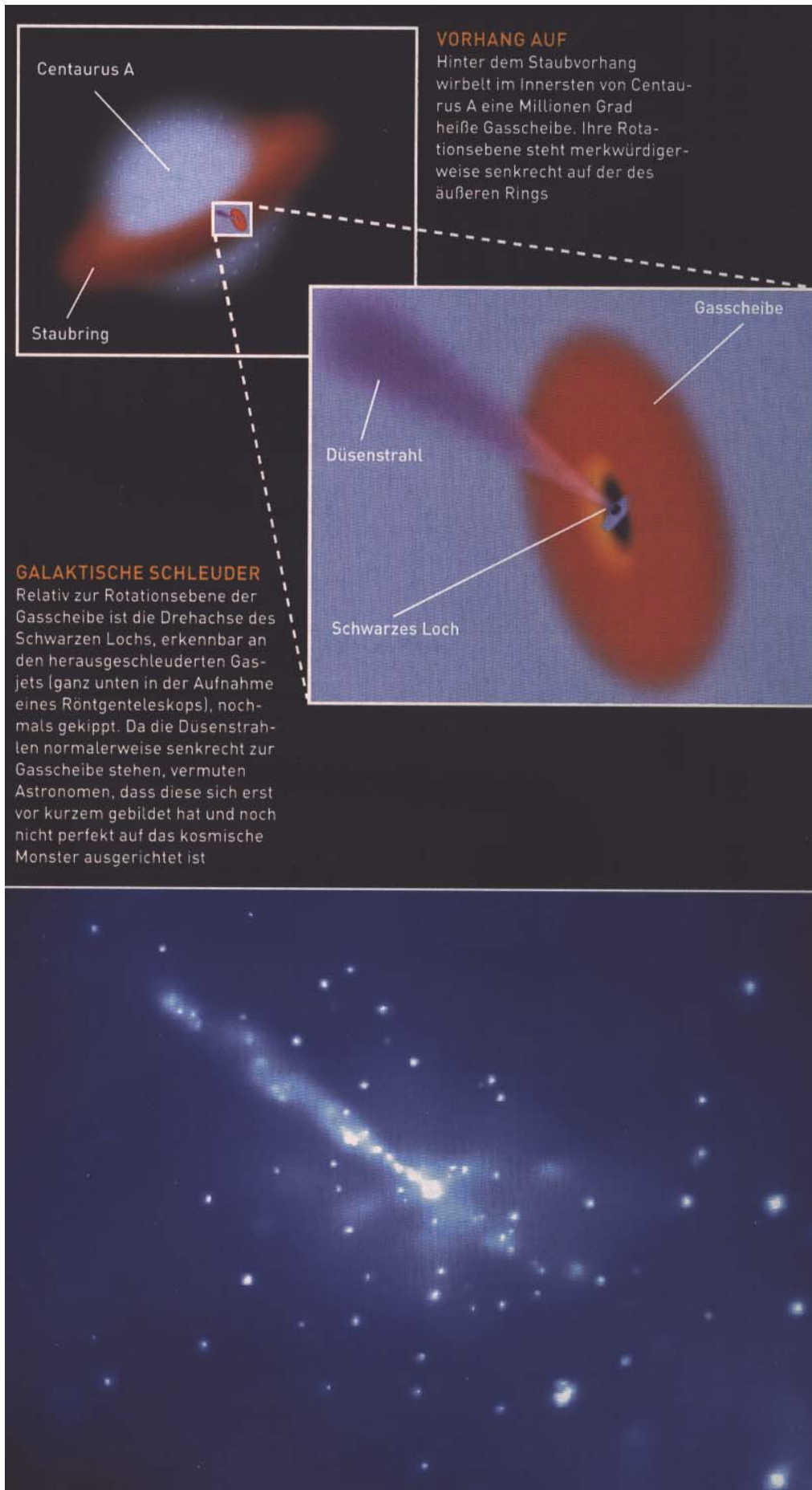
- das ungewöhnliche bei diesen Objekten ist:
  - die Leuchtkraft ist bis zu 100 mal größer als wie bei einer normalen Galaxie
  - und die Energie dafür wird dabei in einem Gebiet erzeugt welches nur so groß ist wie unser Sonnensystem
  - man findet dies heraus, indem man beobachtet wie schnell sich die Leuchtkraft ändert, denn:  
Ein stellares Objekt kann die Intensität seiner Strahlung nur so schnell ändern, wie Licht braucht dieses Objekt zu durchqueren.
  - bei Quasaren schwankt sie in wenigen Tagen extrem stark
- dies lässt sich nur mit der Existenz von Schwarzen Löchern erklären (10% effektive Materiezerstrahlung, mehrere  $M_{\odot}/a$ )
- mit der Zeit wird Umgebung des SL leerakkretiert  
⇒ heute gibt es keine Quasare mehr
- dafür gibt es heut z.Bsp. Radiogalaxien:



- sind nah genug
- sieht Innenbereich



## Suche nach Schwarzen Löchern

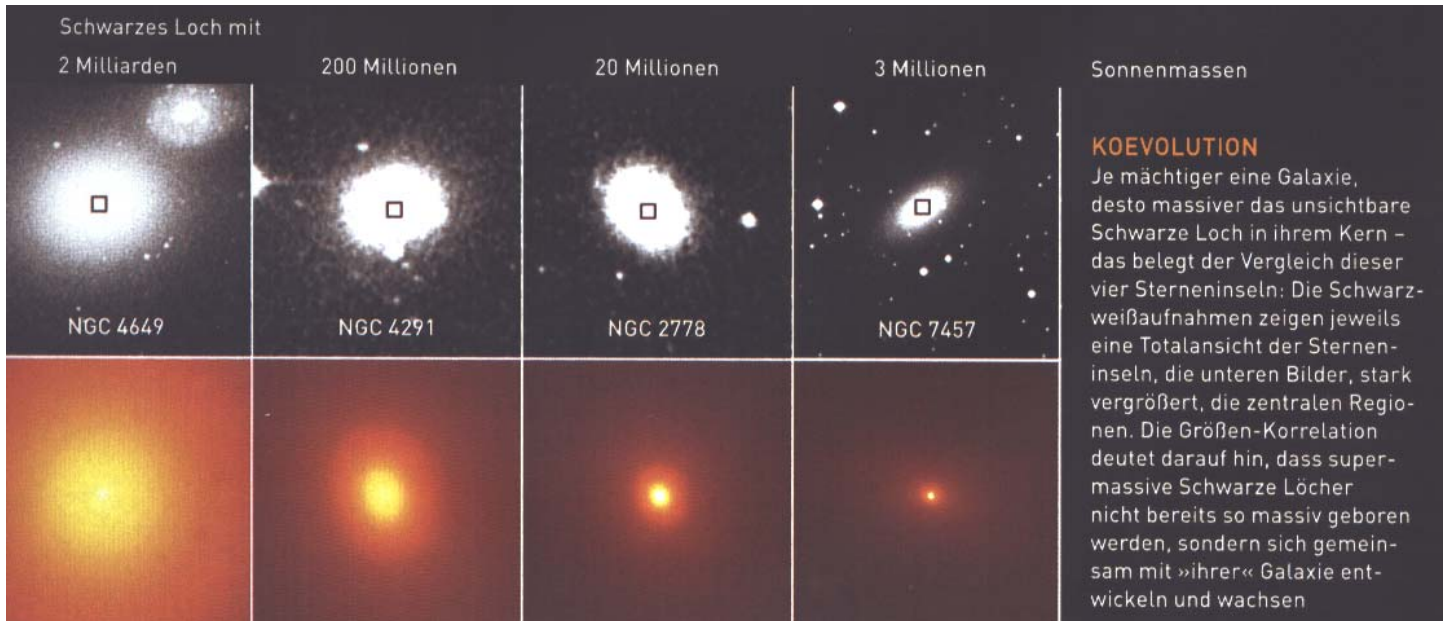


- ➔ Röntgenaufnahme
- ➔ 20 Mill. Lj entfernt
- ➔ Durchmesser: 100000 Lj

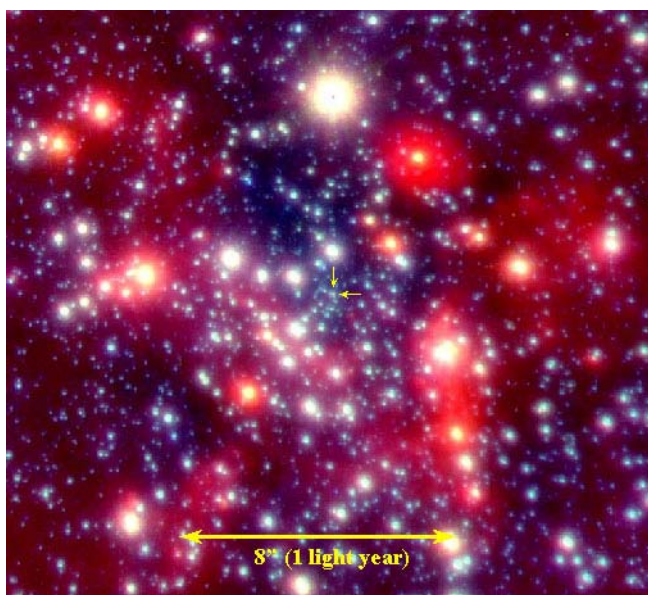
- ➔ riesige Jets
- ➔ Brems- und Synchrotronstrahlung (Radiowellenbereich)
- ➔ Schwarzes Loch in der Mitte



- Quasare und Radiogalaxien werden aktive Galaxien genannt
- Aber auch nichtaktive, wie unsere Milchstraße, haben ein Schwarzes Loch
- es gibt sogar eine Relation zwischen der Leuchtkraft und der Masse des Schwarzen Lochs:



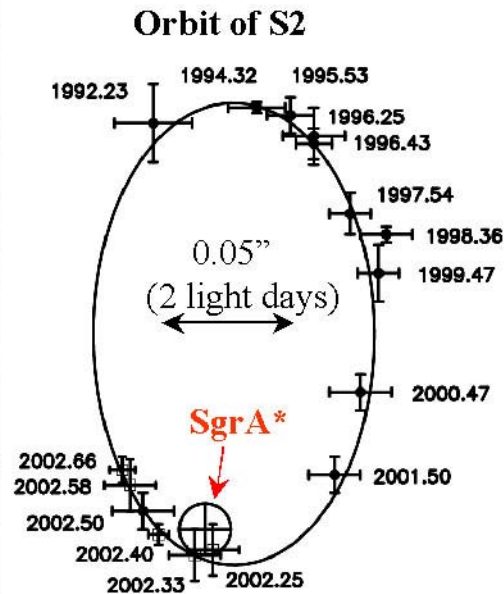
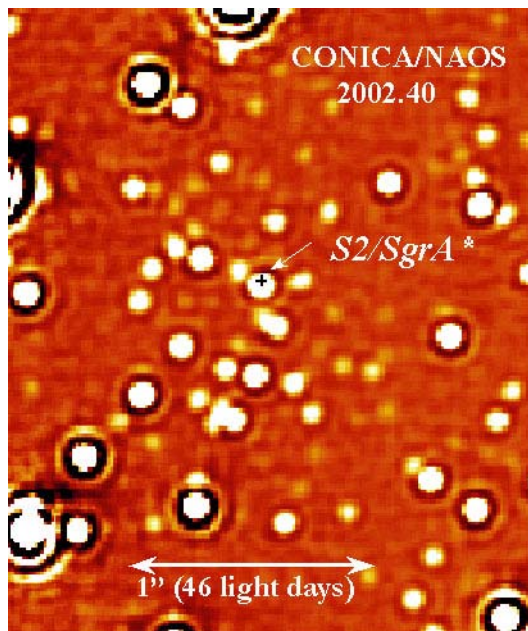
### • das Schwarze Loch in unserer Milchstraße:



- ➔ Zentrum liegt im Sternbild Schütze
- ➔ Entfernung: 26000 Lj
- ➔ Bezeichnung: Sagetarius A\* (starke Röntgen- und Radioquelle)
- ➔ dort gibt es kein bekanntes Objekt



→ Sterne in der Umgebung werden beobachtet:



• S2-Stern:

- Umlaufzeit: 15,2 a, elliptische Bahn, in einem Brennpunkt SgrA\*
- Masse:  $15 M_{\odot}$
- naheste Bahnpunkt: 18 Mrd. km,  $v = 5000 \text{ km/s}$

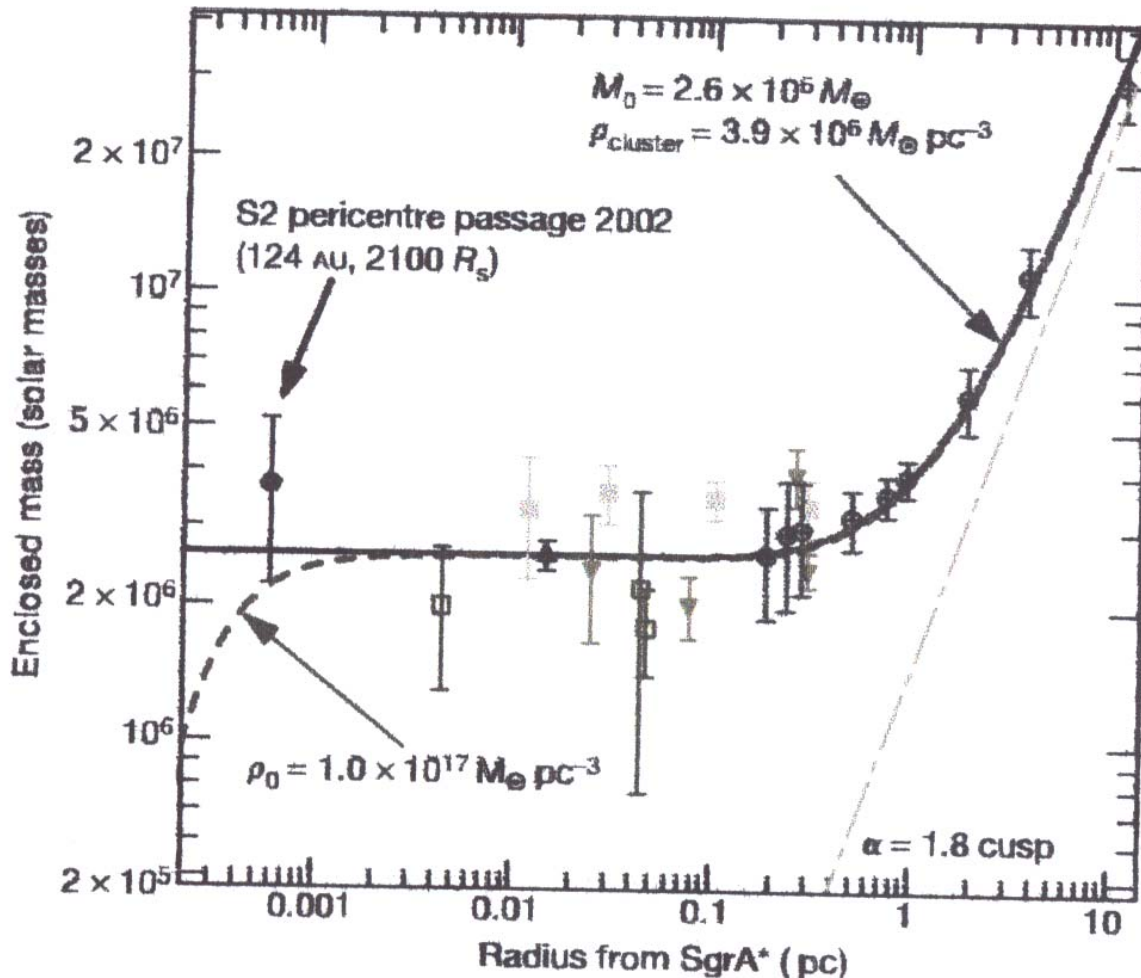
• die Masse des Schwarzen Loches ergibt sich damit zu:

- $(2,6 \pm 0,2)$  Millionen  $M_{\odot}$
- $r_s = 7,5$  Milliarden km

• zu über 99% sicher das es ein Schwarzes Loch ist



- andere Erklärungsversuche: kompakte Haufen aus Sternen, Neutronensterne würden nicht so lange auf stabilen Bahnen laufen, nachdem man den S2-Stern gefunden hat noch unwahrscheinlicher



- Zusammenfassung:

- Es gibt normale Schwarze Löcher und superschwere in den Zentren der Galaxien
- Entwicklung ist feststellbar: Quasare – Radiogalaxien – nichtaktive Galaxien
- Akkretionsscheiben und riesige Jets sind beobachtbar